



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T05

PROFESSOR: Joseph N. A. Yartey DATA: 27/07/2008

ALUNO(A): _____

2ª CHAMADA - PROVA DA UNIDADE II

Questão 1: Seja $f(x, y) = x^2 + 3y^2$

- (a) Descreva os conjuntos de nível 0, 1 e -1 e faça uma figura.
- (b) Calcule o gradiente de f e a derivada direcional de f na direção do vetor $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ no ponto $(1, 2)$.
- (c) Obtenha a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 2, 13)$.

Questão 2:

- (a) Represente graficamente o domínio da função $f(x, y) = \ln \sqrt{1 + x^2 + y^2}$.
- (b) Mostre que o limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4}$ não existe.
- (c) Se $f(x, y) = 5x^2 y + 15y \cos(3x)$, ache todas as derivadas parciais de primeira e segunda ordens.

Questão 3:

- (a) Usando diferenciais ou linearização, calcule um valor aproximado de

$$\sqrt[4]{(1.0022)^2 + (0.0023)^2 + (0.00098)^2}.$$

- (b) Suponha que $z = f(x, y)$ é dado implicitamente pela equação $x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 4$.
Ache a derivada $\frac{\partial z}{\partial x}$ no ponto $(x, y, z) = (1, -1, -2)$.

Questão 4: Usando a regra da cadeia, faça o que se pede:

- (a) Seja $w = f(u, v)$, sendo $u = \frac{x}{y}$ e $v = \frac{z}{y}$. Mostre que $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 0$.
- (b) Calcule $\frac{\partial z}{\partial u}$ e $\frac{\partial z}{\partial v}$, sendo $z = \operatorname{tg}(x + y)$, com $x = u \cos v$ e $y = u \sin v$.
- (c) Seja $u = x^2 - 2y^2 + z^3$, sendo $x = \sin t$, $y = e^{2t}$, $z = 3t$. Calcule $\frac{du}{dt}$ e expresse sua resposta em termos de t .