

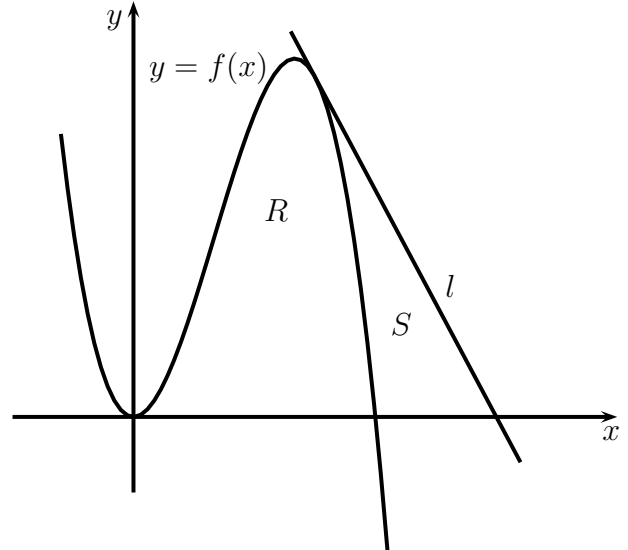


PROVA DA UNIDADE I

Questão 1:

Seja f a função dada por $f(x) = 4x^2 - x^3$, e seja l a reta $y = 18 - 3x$, onde l é tangente ao gráfico de f , no ponto $x = 3$. Seja R a região limitada pelo gráfico de f e o eixo x , e seja S a região limitada pelo gráfico de f , a reta l , e o eixo x , como mostra a figura ao lado.

- (i) Calcule a área de S .
- (ii) Calcule o volume do sólido gerado quando R é girada em torno o eixo y .



Questão 2:

Seja R a região do plano delimitada pelo eixo x , o gráfico de $y = \sqrt{x}$ para $0 \leq x \leq 2$.

- (i) Determine o centróide de R .
- (ii) Usando o Teorema de Pappus-Guldin, mostre que o volume do sólido gerado quando R é girada em torno da reta $x = -1$ é $\frac{88\pi\sqrt{2}}{15}$.
- (iii) A região R é a base de um sólido. Para este sólido, cada seção transversal perpendicular ao eixo x são quadrados. Calcule o volume deste sólido.

Questão 3:

Uma curva C é definida parametricamente pelas equações
$$\begin{cases} x = t^3 - 3t \\ y = 3t^2 \end{cases}.$$

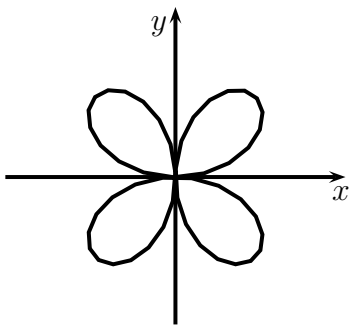
- (a) Determine caso exista, as coordenadas do ponto de auto-interseção de C .
- (b) Determine os intervalos em t , onde a curva tem concavidade para cima.
- (c) Determine o comprimento da curva de $t = 0$ até $t = \sqrt{3}$.

Questão 4:

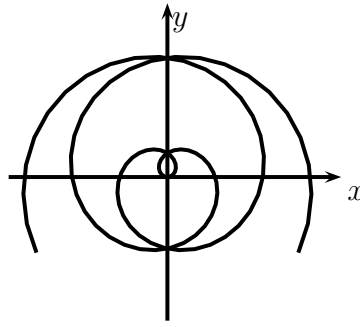
- (a) Determine o ângulo θ que corresponde ao ponto na curva $r = 3 + 2 \cos \theta$ com x coordenada igual 2.
- (b) Determine a equação da reta tangente a curva polar $r = 3 + 2 \cos \theta$ em $\theta = \frac{\pi}{2}$.
- (c) Mostre que a equação polar $r = \frac{2}{1 - \sin \theta}$, representa uma parábola e esboce seu gráfico.

Questão 5:

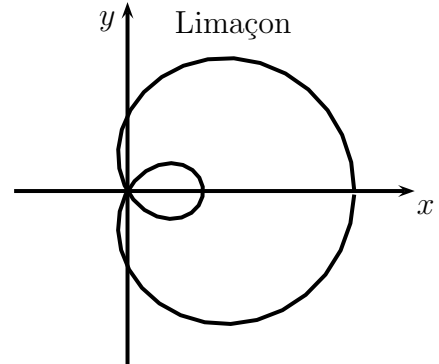
Rosácea



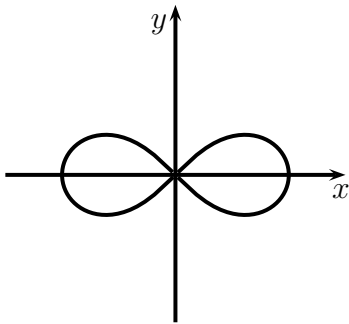
Espiral



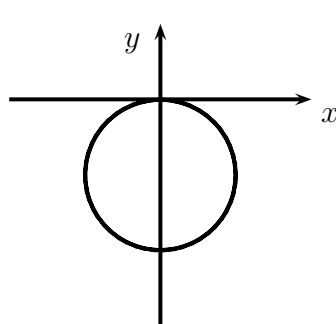
Limaçon



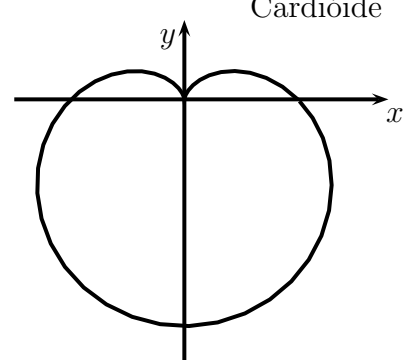
Lemniscata



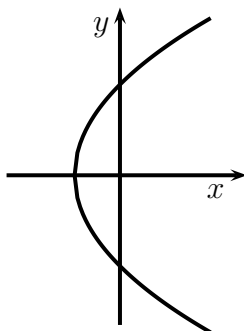
Circunferência



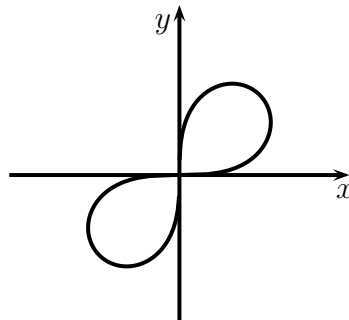
Cardióide



Parábola



Lemniscata



- (i) Combine cada um dos oito gráficos acima com uma das seguintes equações

$$(a) \ r = \cos 2\theta, \quad (b) \ r \cos \theta = 1, \quad (c) \ r = \frac{6}{1 - \cos 2\theta}, \quad (d) \ r = \sin 2\theta,$$

$$(e) \ r = \theta, \quad (f) \ r^2 = \cos 2\theta, \quad (g) \ r = 1 + \cos \theta, \quad (h) \ r = 1 - \sin \theta,$$

$$(i) \ r = \frac{2}{1 - \cos \theta}, \quad (j) \ r^2 = \sin 2\theta, \quad (k) \ r = -\sin \theta, \quad (l) \ r = 2 \cos \theta + 1$$

(ii) Calcule a área do laço interior da limaçon acima.

(iii) Calcule o comprimento do cardióide acima.